アンダーソンモデルの基底エネルギー

阪大工　沖地斐男　川上則雄

アンダーソンハミルトニアンはBethe Ansatzを用いれば厳密に解き得るものであることをP.B. Wiegmannが指摘した。先ずそれについて簡単に述べる。

アンダーソンハミルトニアン

$$\mathcal{H}=\sum_{k,\sigma}\epsilon_k C^+_{k\sigma}C_{k\sigma}+\sum_{k,\sigma}V_k\left(C^+_{k\sigma}d_\sigma+d^+_\sigma C_{k\sigma}\right)+\epsilon_d(n_\uparrow+n_\downarrow)+Un_\uparrow n_\downarrow,$$

$$\text{但し}\quad n_\sigma=d^+_\sigma d_\sigma \tag{1}$$

に含まれるパラメータ V_k, U, ϵ_d を次の様に制限する。

① V_k は k に依存しない。即ち，S波のみを考慮する。これにより，系は一次元と考えてよい。

② $U, |\epsilon_d|, V^2 \ll \epsilon_F$. 即ちフェルミ面付近のみ考慮する。そして $\epsilon_k \sim (|k|-k_F)v_F+\epsilon_F$ と書く。

さらに，impurityは座標の原点にあり，フェルミエネルギーをエネルギーの原点に選ぶと，(1)のハミルトニアンは次の様になる。

$$\mathcal{H}=\int dx\left[C^+_\sigma(x)(-i\partial/\partial x)C_\sigma(x)+V\delta(x)\{C^+_\sigma(x)d_\sigma+d^+_\sigma C_\sigma(x)\}\right]$$

$$+\epsilon_d(n_\uparrow+n_\downarrow)+Un_\uparrow n_\downarrow \tag{2}$$

(2)を解くための条件式はWiegmannによって与えられ，次式になる。

$$e^{ik_jL}=\prod_{\beta=1}^{M}\frac{i[B(k_j)-\Lambda_\beta]-UV^2/2}{i[B(k_j)-\Lambda_\beta]+UV^2/2}\;\frac{k_j-\epsilon_d+iV^2/2}{k_j-\epsilon_d-iV^2/2}, \tag{3.a}$$

$j=1,2,\cdots,N$，Lは系の長さ，Nは電子数

$$-\prod_{j=1}^{N}\frac{i[B(k_j)-\Lambda_\alpha]+UV^2/2}{i[B(k_j)-\Lambda_\alpha]-UV^2/2}=\prod_{\beta=1}^{M}\frac{i[\Lambda_\alpha-\Lambda_\beta]-UV^2}{i[\Lambda_\alpha-\Lambda_\beta]+UV^2}, \tag{3.b}$$

$\alpha=1,2,\cdots,M$，Mは↓spin電子(or ↑spin)の数

$$\text{但し}\quad B(k)=k(k-U-2\epsilon_d) \tag{3.c}$$

(3.a) は quasi-momentum k_j を定める式。(3.b) は spin 変数 Λ を定める式である。

Wiegmann は上式を直接解かず、s-d limit の帯磁率を求めている。アンダーソンモデルの singlet ground state を求める際には、k_j は 2M 個の complex 値をとらねばならず、Λ の関数として $k = x(\Lambda) \pm i y(\Lambda)$ の形に書ける。

系が十分大きい時には Λ の分布関数 $\sigma(\Lambda)$ は次の方程式により決定される。

$$\int_R \frac{2UV^2\sigma(\Lambda')d\Lambda'}{(UV^2)^2+(\Lambda-\Lambda')^2} + 2\pi\sigma(\Lambda) = \frac{1}{\pi L}\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{UV^2/2}{[B(z)-\Lambda]^2+U^2V^4/4}\cdot\frac{V^2}{(z-\epsilon_d)^2+V^4/4}. \qquad (4)$$

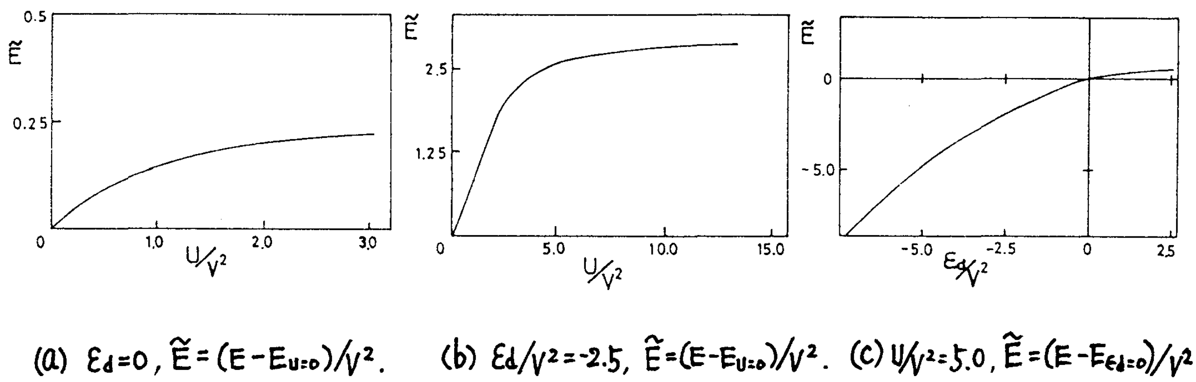
さらにエネルギー変化と電子数の変化は、

$$E/L = \int_R [U+2\epsilon_d+2f(\Lambda)]\sigma(\Lambda)\,d\Lambda. \qquad (5)$$

$$n/L = \int_R 2\sigma(\Lambda)\,d\Lambda. \qquad (6)$$

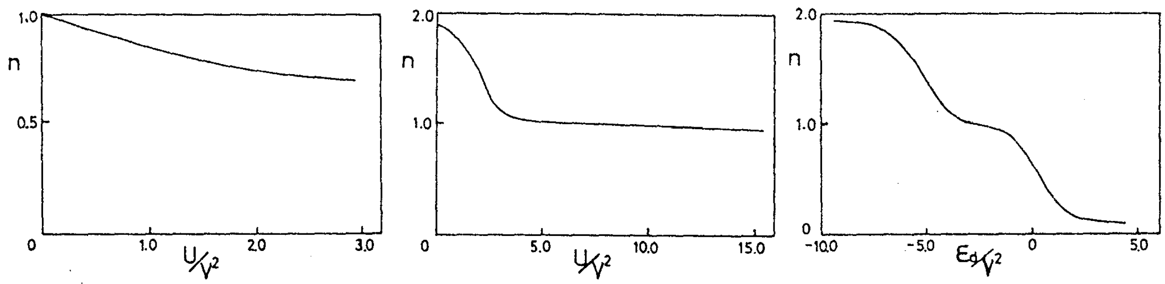
と書ける。但し $f(\Lambda) = -\left[\Lambda+\frac{1}{4}(U+2\epsilon_d)^2+\left\{(\Lambda+\frac{1}{4}(U+2\epsilon_d)^2)^2+U^2V^4/4\right\}^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}/\sqrt{2}$. (7)

領域 R は $[-\frac{1}{4}U^2V^4/(U+2\epsilon_d)^2,\ B_1]$。但し $2\sqrt{B_1}$ は伝導電子のバンド幅。上の結果を用いて、エネルギーの変化と電子数の変化を数値計算で求めた結果は下図の様になる。



(a) $\epsilon_d=0$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$.　(b) $\epsilon_d/V^2=-2.5$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$.　(c) $U/V^2=5.0$, $\tilde{E}=(E-E_{\epsilon_d=0})/V^2$

Fig.1 基底エネルギーの変化



(a) $\varepsilon_d = 0$ (b) $\varepsilon_d/V^2 = -2.5$ (c) $U/V^2 = 5.0$

Fig. 2. 電子数の変化

reference

1. P.B. Wiegmann, Phys. Lett. 80A (1980) 163.
2. N. Kawakami and A. Okiji, Phys. Lett. 86A (1981) 483, J. Phys. Soc. Jpn. to be published.